

# Journal of Materials and Engineering Structures

## Research Paper

### Analyse du coup de bélier dans une conduite forcée dans le cas d'une fermeture de vanne. Partie 2: Pertes de charges concentrées en aval

### Analysis of water hammer in a penstock in the case of valve closure. Part 2: Pressure losses concentrated downstream

**Hocine Hammoum <sup>a,\*</sup>, Akli Yahiaoui <sup>a</sup>, Bachir Achour <sup>b</sup>**

<sup>a</sup> *Département de génie civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Algérie*

<sup>b</sup> *Laboratoire de recherche en hydraulique souterraine et de surface, Université Mohammed Khider, Biskra, Algérie*

#### ARTICLE INFO

##### Article history :

Received : 4 December 2016

Revised : 23 June 2017

Accepted : 26 June 2017

##### Mots clés:

Diagramme de Bergeron

Coup de bélier

Pertes de charges

Fermeture de vanne

##### Keywords:

Diagram of Bergeron

Water hammer

Pressure losses

Closing valve

#### RESUME

Dans notre première partie de l'analyse du coup de bélier, en nous aidant de la construction graphique de Bergeron, nous avons tiré les relations qui permettent de calculer les débits et les pressions au niveau de la vanne et du réservoir, en considérant les pertes de charges négligeables. Dans cette deuxième contribution, nous supposons que ces pertes de charge sont concentrées en aval de la conduite, juste à l'entrée de la vanne de sectionnement. L'étude portera essentiellement sur le coup de bélier induit par la fermeture lente de la vanne. Ainsi pour illustrer la méthode de calcul, un exemple de calcul pratique sera présenté à la fin de cet article.

#### ABSTRACT

In our previous study (Part 1); by using the graphic of Bergeron, we have drawn the relationships which allow calculating flows and pressures at the valve and the reservoir, considering that pressure losses are negligible. Now, we assume in this second contribution that these pressure losses are concentrated downstream of the pipe, just at the entry of the valve. The study will focus on water hammer-induced by a slow closing of the valve. A practical example will be presented at the end of this work in order to illustrate the exposed method.

\* Corresponding author. Tel.: +213 555928541.

E-mail address: [hammoum\\_hoc@yahoo.fr](mailto:hammoum_hoc@yahoo.fr)

## 1 Introduction

Comme dans la plupart des problèmes de l'ingénieur, l'évaluation du coup de bélier dans une conduite forcée peut être abordée suivant trois points de vus différents.

La première approche est le calcul analytique. Certes, il apparaîtra un peu suranné, étant donné que la notion du coup de bélier est intervenue pour la première fois d'une manière officielle et systématique à la fin du 19<sup>e</sup> siècle. Michaud publia en 1878 dans le *Bulletin de la Société vaudoise des ingénieurs et architectes*, la formule donnant le coup de bélier dans une conduite forcée dû à une fermeture lente [1]. Plus tard, Allievi présenta une excellente analyse analytique au problème, qu'il publia en 1903 dans les *Annales de la société des ingénieurs et architectes Italiens*. Beaucoup de travaux savants ont été publiés après cela et ont fait avancer les connaissances sur ce problème jusqu'à ce jour [2].

La seconde approche est la construction graphique, qui est la façon la plus simple de prendre le problème en charge, à condition de connaître le principe du tracé du diagramme de Bergeron. Cette méthode a été publiée par Bergeron en 1949 dans son ouvrage intitulé *Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité*. En ce temps-là, et même jusqu'à un passé tous récent, avant l'avènement des ordinateurs, cette méthode graphique élégante et très concrète permettait de mener à bien la résolution des problèmes de coup de bélier posés en ingénierie.

La troisième approche est l'analyse numérique, laquelle est rendue possible depuis le développement de l'informatique où les ordinateurs ne cessent d'être de plus en plus puissants. Dans la simulation numérique du phénomène du coup de bélier, la résolution des équations différentielles, gouvernant la propagation des ondes élastiques en charge, est faite soit par la méthode des différences finies [3], soit par la méthode des éléments finis [4], ou encore par la méthode des volumes finis [5]. La complexité de résolution des modèles mathématiques, basés sur les méthodes numériques citées précédemment, exige dans la pratique l'utilisation de codes de calcul par les ingénieurs évoluant dans les bureaux d'études professionnels, tel que le logiciel Hammer<sup>®</sup> mis au point par Bentley.

Bien qu'un nombre important d'études ait été menés sur le coup de bélier, à notre connaissance, aucune ne traite de l'évaluation des débits et des charges au niveau du réservoir de mise en charge et de la vanne, d'une manière explicite et tenant compte des pertes de charges, comme nous le faisons dans cette contribution. Nous proposons une méthode que nous qualifions de Semi-analytique, du fait que le principe général de cette approche est inspiré de la construction graphique de Bergeron et transposé par un procédé analytique. Cette méthode nous permet d'aboutir d'une manière satisfaisante et relativement simple à une solution générale du problème, qui à première vue paraît des plus compliqué.

Dans notre précédent article [6], les pertes de charges dans la conduite forcée ont été négligées. La prise en compte de ces pertes de charge, surtout lorsqu'elles sont importantes, intervient favorablement pour diminuer la valeur du coup de bélier ; et en raison de la dissipation d'énergie engendrée par le frottement de l'eau le long des parois de la conduite. Ces pertes de charges réparties le long de la conduite rendent le problème complexe et pour le simplifier, nous allons supposer que celles-ci sont concentrées à l'extrémité aval de la conduite, comme si un diaphragme qui crée une perte de charge analogue existait en ce point.

L'évaluation de ces pertes de charge par frottement le long d'une conduite forcée a fait l'objet de nombreuses formules qui ont été traduites en abaques ou mises sous forme de tableaux. Cette diversité montre les difficultés qu'ont rencontré les auteurs en vue d'établir une expression générale satisfaisante, tenant compte de tous les paramètres intervenant dans la résistance à l'écoulement, tels que : la nature du matériau du tuyau, l'état de vieillissement de la canalisation et la viscosité du liquide véhiculé. L'expression de Darcy-Weisbach [7], donnée par la relation (1), est souvent l'expression la plus utilisée pour calculer les pertes de charge  $\Delta H$  due au frottement de l'eau sur les parois d'une conduite forcée de longueur  $L$  et de diamètre intérieur  $D$ .

Les pertes de charge  $\Delta H$  due au frottement de l'eau sur les parois d'une conduite forcée de longueur  $L$  et de diamètre intérieur  $D$ , sont le plus souvent calculées à partir de l'expression de Darcy-Weisbach [7], comme suit :

$$\Delta H = \frac{\lambda \cdot V^2}{2 \cdot g \cdot D} \cdot L = \frac{8 \cdot \lambda \cdot L}{\pi^2 \cdot g \cdot D^5} \cdot Q^2 = \alpha \cdot Q^2 \quad (1)$$

Les formules modernes font varier le coefficient de pertes de charge  $\lambda$  avec le diamètre  $D$  de la conduite, le coefficient de rugosité  $\varepsilon$  et le nombre de Reynolds  $Re$ . Une formule très couramment utilisée est celle de Colebrook, donnée par la relation qui suit [8]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3,7.D} + \frac{2,51}{R_e \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad (2)$$

Le nombre de Reynolds  $R_e$  est évalué en fonction de la viscosité cinématique  $\nu$  de l'eau à partir de la relation qui suit :

$$R_e = \frac{V.D}{\nu} \quad (3)$$

Comme montré plus haut en relation (1), la perte de charge est proportionnelle au carré du débit  $Q$  par un coefficient  $\alpha$  qui désigne la résistance de la conduite. Ce terme regroupe les facteurs qui dépendent de l'état intérieur de la paroi de la conduite, de sa longueur et de son diamètre. Il traduit la résistance offerte au passage de l'eau dans la conduite.

## 2 Position du problème et hypothèses de base

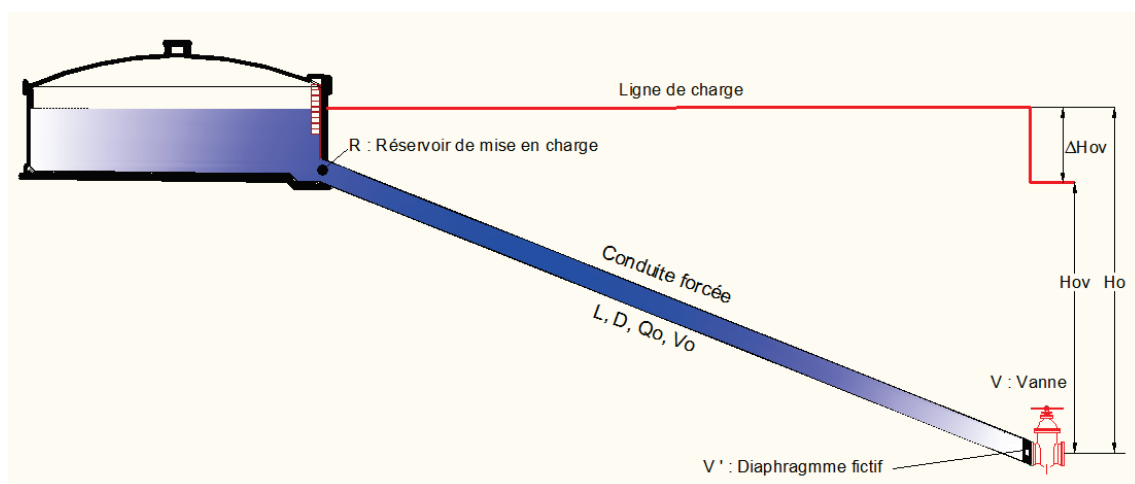
Considérons une conduite forcée de longueur  $L$  reliant un réservoir de mise en charge en amont, dont la surface libre est à la pression atmosphérique, à son extrémité aval d'une vanne de sectionnement qui conditionne le passage de l'eau. L'écoulement gravitaire s'effectue du réservoir vers la vanne. Nous admettons que les pertes de charge sont concentrées à la sortie aval de la conduite. Pour cela, nous supposons un diaphragme fictif ( $V'$ ) en amont immédiat de la vanne, comme l'indique la Figure 1.

Le coup de bélier prend naissance au niveau de la vanne. Nous supposons que le réservoir est suffisamment grand pour que le niveau de l'eau reste constant pendant la durée du phénomène étudié. Notons également que la conduite présente les mêmes caractéristiques sur toute la longueur  $L$  développée, c'est-à-dire le même diamètre intérieur  $D$  et la même épaisseur  $e$ .

Nous proposons de calculer les débits et les pressions au niveau du réservoir de mise en charge ainsi que de la vanne en aval de la conduite forcée travaillant en adduction gravitaire, véhiculant un débit  $Q_0$  en régime permanent à la vitesse  $V_0$ . Le diamètre à pleine ouverture de la vanne est  $D$ . Le dispositif pratique du problème posé est représenté dans la Figure 1.

La fermeture de la vanne s'amorce à l'instant  $T_0=0$ , et s'achève totalement au bout d'un temps  $T$ , représentant le temps de la fermeture totale. Le temps d'un aller-retour de l'onde de choc, de célérité  $C$ , après fermeture de la vanne, est donné par :

$$T_r = 2 \cdot \frac{L}{C} = 2 \cdot T_x \quad (4)$$



**Fig. 1 - Dispositif pratique du problème posé.**

L'étude portera essentiellement sur la détermination du débit et de la pression au niveau de la vanne et du réservoir. Nous noterons sur le graphique de Bergeron, respectivement ( $jV'$ ), ( $jV$ ) et ( $jR$ ), les points figuratifs au niveau du diaphragme, de la vanne de sectionnement et du réservoir, correspondants au temps  $T_j$ , donné par la relation qui suit :

$$T_j = j \cdot T_x \quad (5)$$

Où,  $j$  est un entier naturel (variant de 0 à  $N$ ) et  $T_x$  le temps d'un aller simple de l'onde de choc qui sera d'ailleurs pris comme pas de temps pour la fermeture de la vanne.

### 3 Méthode de résolution

Au temps initial ( $T_0=0$ ), l'ouverture de la vanne est totale, correspondant à la section  $A_{v_0}=A$ . Par conséquent, il n'y a pas de surpression, ce qui nous permet d'écrire  $Q_{0V}=Q_0$ . Le point figuratif (0V') du diaphragme se trouve sur l'axe OQ. Quant au point figuratif (0V) de la vanne, celui-ci est déduit après prise en compte des pertes de charge. Il se trouve nécessairement sur la parabole (P) (Fig. 2). Ainsi, nous pouvons écrire :

$$H_{0V} = H_0 - \alpha \cdot Q_0^2 \quad (6)$$

Initialement, la vanne est assimilée à un orifice et nous pouvons écrire :

$$Q_{0V} = Q_0 = m \cdot A_{v_0} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{0V}} \quad (7)$$

Nous déduisons alors le coefficient de débit par la relation :

$$m = \frac{Q_0}{A_{v_0} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{0V}}} \quad (8)$$

Nous savons aussi qu'à l'extrémité supérieure de la conduite forcée (au niveau du réservoir), à chaque instant, la surpression est nulle. Par suite, les points figuratifs sur le diagramme de Bergeron notés ( $jR$ ) et représentant le réservoir aux différents instants  $T_j$  sont situés sur la droite d'équation  $H=H_0$ .

La détermination des débits et des pressions au niveau de la vanne et du réservoir aux différents instants  $T_j$  sera faite avant et après la fermeture totale de la vanne. Les étapes de calcul seront développées dans les deux cas, en nous inspirant de la construction graphique de Bergeron de la Figure 2.

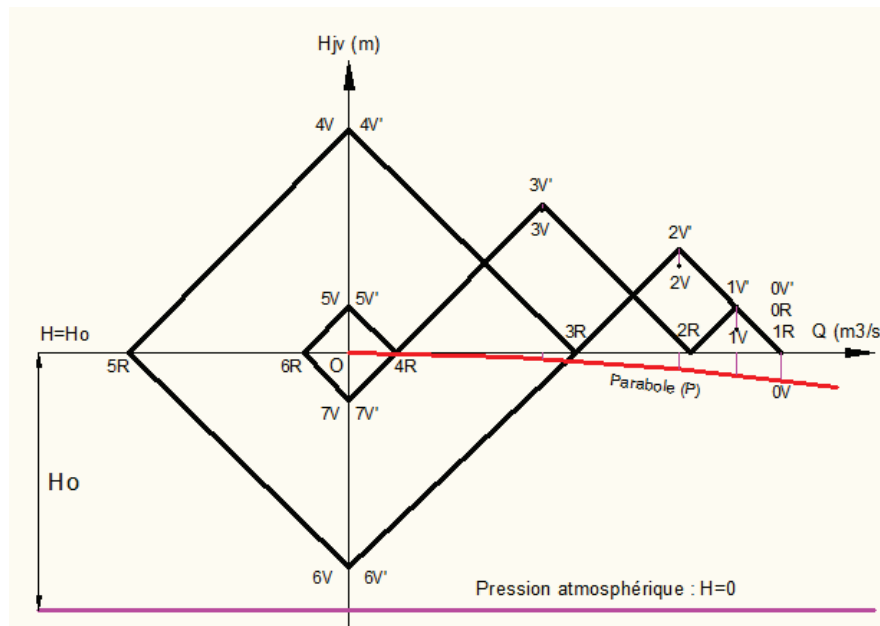


Fig. 2 - Construction graphique de Bergeron dans le cas d'une fermeture, avec pertes de charges concentrées en aval.

Nous rapportons la courbe donnant la pression au niveau de la vanne sur le graphe (Fig. 2), et nous constatons bien qu'elle a l'allure d'une parabole que nous noterons (P), qui a pour sommet O et est tangente à l'axe OQ. Son équation obéit à la relation suivante :

$$P_{jV} = H_0 - \Delta H_{jV} = H_0 - \alpha \cdot Q_{jV}^2 \quad (9)$$

Sur le même graphique (Fig. 2), nous disposons d'un second diagramme donnant les charges totales  $H_{jV}$  et  $H_{jV'}$  respectivement aux points figuratifs (jV) et (jV'). Les points figuratifs (jV') du diaphragme correspondant aux instants  $T_j$  sont mis en place très simplement sur le diagramme de Bergeron, étant donné que le diaphragme est situé à l'entrée de la vanne, l'écoulement s'effectue sans pertes de charges. Le problème est ainsi ramené à celui déjà traité dans notre précédent article [6].

La vanne étant située immédiatement après le diaphragme, tous les points (jV) sur le diagramme (voir Fig. 3) se déduisent à partir des points (jV'), en tenant compte des pertes de charges  $\Delta H_{jV}$ . Par suite, la charge totale  $H_{jV}$  au dessus de la vanne, à chaque instant  $T_j$  correspondant à une valeur  $Q_{jV}$  du débit, est donnée en fonction de la pression  $P_{jV}$  et de la valeur du coup de bélier  $B_{jV}$  par la relation suivante :

$$H_{jV} = P_{jV} + B_{jV} = H_0 - \alpha \cdot Q_{jV}^2 + B_{jV} \quad (10)$$

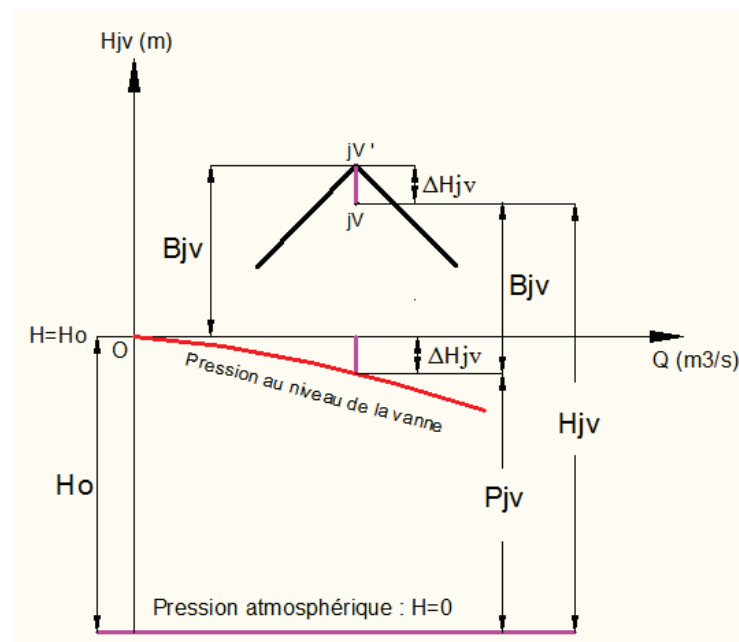


Fig. 3 – Mise en place des points (jV) déduits à partir des points (jV').

Dés lors, la construction générale du diagramme de Bergeron s'en suit (Fig. 2), où à l'instant initial ( $T_0=0$ ), le point (0V') sera sur l'axe OQ, sans pertes de charges et pas encore de surpression. Par contre le point (0V) sera sur la même verticale que le point (0V') correspondant au même débit mais situé sur la parabole (P).

Puis à partir du point (0V') nous mènerons une droite de pente  $(-C/gA)$  le long de laquelle aux temps  $T_1$  et  $T_2$  se situent les points (1V') et (2V'). Les points (1V) et (2V) se déduiront, par un rappel vertical, comme il a été expliqué plus haut, tenant compte des pertes de charges  $\Delta H_{1V}$  et  $\Delta H_{2V}$ .

Nous mènerons par les points (1V') et (2V') deux droites de pentes  $(+C/gA)$  coupant l'axe des abscisses OQ (lieu des points R) en deux points respectivement (2R) et (3R), points représentatifs du réservoir aux temps  $T_2$  et  $T_3$ .

Ainsi en (2R), part au temps  $T_2$  une onde notée  $f_2$  caractérisée par la droite de pente  $(-C/gA)$ . Cette onde arrivera au diaphragme au temps  $T_3$  et nous obtenons ainsi le point figuratif du diaphragme fictif (3V'). Le point (3V) se déduit, par un rappel vertical, comme il a été expliqué plus haut, tenant compte de la perte de charges  $\Delta H_{3V}$ . A partir du point (3V') passe la droite de pente  $(+C/gA)$  qui coupe OQ en (4R) au temps  $T_4$  et ainsi de suite ....

Nous avons pu mettre successivement en place les points (0V), (1V), (2V), (3V)..... ainsi que les points (0R), (1R), (2R), (3R)... permettant d'évaluer aux instants (0,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ...) les valeurs des coup de béliers et les débits au niveau de la vanne et du réservoir.

Mais viendra le moment où la vanne sera totalement fermée et où le lieu obligé des points figuratifs (V) et (V') respectivement de la vanne et du diaphragme sera l'axe vertical OH, correspondant au débit nul. Supposons qu'il en soit ainsi au temps  $T_4$ , comme c'est le cas sur la Figure 2. Nous voyons que les points (4V) et (4V') sont confondus et se trouvent sur l'axe OH, à l'intersection avec la droite de pente  $(-C/gA)$  qui part du point (3R). Il en sera de même pour les points (5V) et (5V') au temps  $T_5$ , qui doivent se trouver sur l'axe OH (car la vanne est fermée) au point d'intersection avec la droite de pente  $(-C/gA)$  qui part du point (4R).

Fort de cette remarque, si nous poursuivons la construction précédemment commencée, nous voyons qu'à partir des points (4V) et (5V), les droites de pente  $(-C/gA)$  et  $(+C/gA)$  vont former des losanges. Autrement dit, le diagramme se ferme sur lui-même, et dans le cas de la Figure 2, il comprend deux losanges. Le phénomène devient périodique et indéfini et de période  $T_r$ .

Sur la Figure 2, entre les temps  $T_3$  et  $T_8$ , nous pourrions relever les valeurs successivement prises par le débit  $Q$  au niveau de la sortie du réservoir, il se produit des entrées et des sorties d'eau périodiques dans le réservoir accompagnant les surpressions et des dépressions dans la conduite. De même, nous pouvons suivre les variations du coup de bélier au niveau de la vanne en nous reportant aux ordonnées des points (4V), (5V), (6V), (7V), (8V), (9V).

### 3.1 Etude des points figuratifs (jV) correspondants à la vanne

D'après la construction graphique de Bergeron (Fig. 3), nous établissons les relations suivantes :

$$H_{jV} = H_0 - \alpha \cdot Q_{jV}^2 + B_{jV} = H_0 - \alpha \cdot Q_{jV}^2 - C \cdot \frac{\Delta Q_j}{g \cdot A} \quad (11)$$

$$Q_{jV} = Q_{(j-1)R} + \Delta Q_j \quad (12)$$

Nous déduisons  $\Delta Q_j$

$$\Delta Q_j = Q_{jV} - Q_{(j-1)R} \quad (13)$$

L'équation (11) s'écrit alors :

$$H_{jV} = H_0 - \alpha \cdot Q_{jV}^2 - C \cdot \frac{(Q_{jV} - Q_{(j-1)R})}{g \cdot A} \quad (14)$$

En pratique, la fermeture totale de la vanne n'est jamais instantanée, mais s'opère plutôt progressivement. Après un certain temps  $T_j$ , la section d'ouverture de la vanne devient  $A_{vj}$ . Cette fermeture partielle de la vanne provoque une surpression et une variation de la vitesse de l'eau dans la conduite. Le débit à travers la vanne à cet instant  $T_j$ , peut s'écrire sous la forme :

$$Q_{jV} = m \cdot A_{vj} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{jV}} \quad (15)$$

En élevant la relation (15) au carré, nous obtenons :

$$Q_{jV}^2 = (m \cdot A_{vj})^2 \cdot (2 \cdot g \cdot H_{jV}) \quad (16)$$

En remplaçant  $H_{jV}$  par son expression dans la relation (14), il vient :

$$Q_{jV}^2 + \frac{\left(\frac{2 \cdot C}{A}\right)}{\left[\frac{1}{m \cdot A_{vj}}\right]^2 + 2 \cdot \alpha \cdot g} \cdot Q_{jV} - 2g \cdot \frac{\left[H_0 + \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{(j-1)R}\right]}{\left[\frac{1}{m \cdot A_{vj}}\right]^2 + 2 \cdot \alpha \cdot g} = 0 \quad (17)$$

### 3.1.1 Avant la fermeture totale de la vanne : $A_{Vj} \neq 0$

La résolution de l'équation (17), du second ordre, aboutit mathématiquement à deux racines réelles. Nous ne retiendrons que la solution qui a un sens physique ( $Q_{jV} > 0$ ), donnée par :

$$Q_{jV} = -\frac{\left(\frac{C}{A}\right)}{\left[\frac{1}{m.A_{Vj}}\right]^2 + 2.\alpha.g} + \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{C}{A}\right)}{\left[\frac{1}{m.A_{Vj}}\right]^2 + 2.\alpha.g}\right]^2 + 2g \cdot \frac{\left[H_0 + \frac{C}{g.A} \cdot Q_{(j-1)R}\right]}{\left[\frac{1}{m.A_{Vj}}\right]^2 + 2.\alpha.g}} \quad (18)$$

Connaissant le débit  $Q_{jV}$ , nous déterminons la charge  $H_{jV}$  à partir de la relation (16)

$$H_{jV} = \frac{Q_{jV}^2}{2.g.(m.A_{Vj})^2} \quad (19)$$

### 3.1.2 Après la fermeture totale de la vanne : $A_{Vj} = 0$

Dans ce cas le débit  $Q_{Vj}=0$  et l'équation (14) devient :

$$H_{jV} = H_0 + \frac{C}{g.A} \cdot Q_{(j-1)R} \quad (20)$$

## 3.2 Etude des points figuratifs $(j+1)R$ correspondants au réservoir

D'après le diagramme de Bergeron (Fig. 2), il résulte :

$$Q_{(j+1)R} = Q_{(j-1)R} + 2.\Delta Q_j \quad (21)$$

En nous aidant de la relation (13), nous aboutissons finalement à :

$$Q_{(j+1)R} = 2.Q_{jV} - Q_{(j-1)R} \quad (22)$$

A la fermeture totale de la vanne, lorsque  $Q_{jV} = 0$ , cette dernière relation s'écrit :

$$Q_{(j+1)R} = -Q_{(j-1)R} \quad (23)$$

Nous déduisons que le débit au niveau de la sortie du réservoir à l'instant  $T_{(j+1)}$  sera égal au débit en ce même point à un instant  $T_{(j-1)}$ , mais changé de signe. C'est-à-dire qu'il se produit des entrées et des sorties d'eau périodiques dans le réservoir.

## 3.3 Organisation informatique de la méthode

Les équations analytiques ainsi développées et traduisant le phénomène du coup de bélier, tel que présenté sur les épures de Bergeron, s'y prêtent bien à la programmation. L'organigramme de la Figure 4 met en évidence les différentes phases de calcul.

Pour démarrer le calcul, et du fait que  $Q_{jV}$  dépend de la seule variable  $Q_{(j-1)R}$ , nous posons  $Q_{0V} = Q_{0R} = Q_{1R} = Q_0$ .

Affectivement à  $T_0=0$ , avant le début de la fermeture de la vanne, le débit  $Q_{0V}$  passant à travers la vanne et le débit  $Q_{0R}$  sortant du réservoir sont identiques au débit initial  $Q_0$  s'écoulant dans la conduite forcée. Il en est de même, à l'instant  $T_1$ , après le début de la fermeture de vanne, le débit  $Q_{1R}$  sortant du réservoir est aussi égal au débit initial  $Q_0$  s'écoulant dans la conduite forcée, car l'effet de la fermeture au niveau de la vanne à cet instant précis ne se fait pas encore ressentir au niveau de la sortie du réservoir (point R).

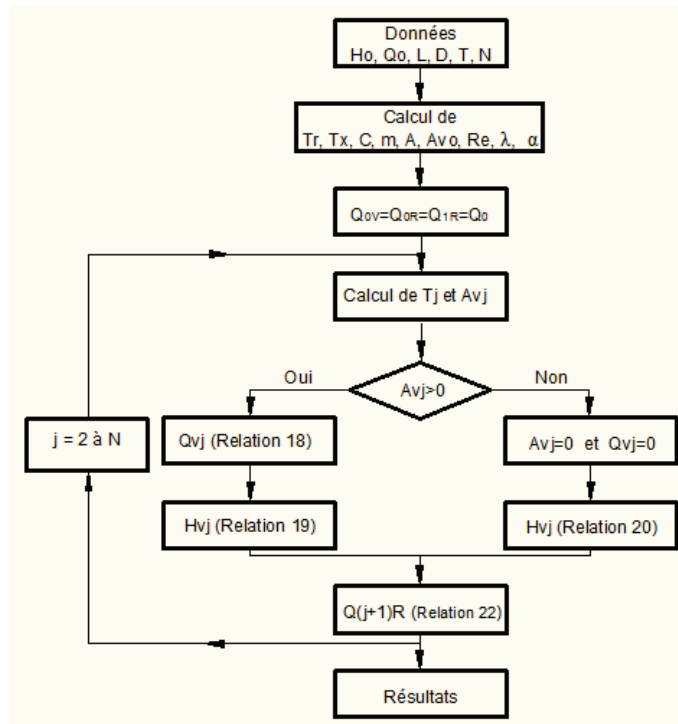


Fig. 4 – Organigramme de calcul

#### 4 Etude de cas pratique

Soit à déterminer les débits et les pressions à différents instants au niveau du réservoir de mise en charge et au niveau de la vanne contrôlant le passage de l'eau dans une conduite forcée en acier, tenant compte des pertes de charges concentrées en aval. Nous présentons, dans le Tableau 1, les données de l'exemple pratique dont le dispositif est conforme à la Figure 1.

Tableau 1 – Données de l'exemple pratique [9]

Longueur développée de la conduite	$L = 2000 \text{ m}$
Diamètre intérieur de la conduite	$D = 1,616 \text{ m}$
Charge statique	$H_0 = 50 \text{ m}$
Débit véhiculé par la conduite	$Q_0 = 2 \text{ m}^3/\text{s}$
Coefficient dépendant du matériau constituant la conduite	$K = 0,50 \text{ (conduite en acier)}$
Epaisseur de la conduite	$e = 0,01625 \text{ m}$
Temps de fermeture totale de la vanne	$T = 10 \text{ s}$
Coefficient de rugosité du tuyau	$\varepsilon = 0,002 \text{ m}$
Viscosité cinématique de l'eau à 20 °C	$\nu = 0,000001007 \text{ m}^2/\text{s}$

L'aire de la section droite de la conduite est donnée par la relation qui suit :

$$A = A_{v0} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 2.05 \text{ m}^2 \quad (23)$$

La célérité de propagation de l'onde de choc est donnée par la formule suivante, proposée par Allievi [6], [7] :

$$C = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + K \cdot \frac{D}{e}}} = 1000 \text{ m/s} \quad (24)$$



Le coefficient  $K$  dépend du matériau constituant la conduite forcée ( $K=0.5$  pour l'acier,  $K=1$  pour la fonte et  $K=5$  pour le plomb). Le coefficient de pertes de charge  $\lambda$  est obtenu par la relation (2), laquelle est résolue numériquement par la méthode des approximations successives. Les résultats de cette analyse numérique sont consignés dans le tableau 2.

**Tableau 2 – Evaluation de la résistance de la conduite**

Vitesse initiale d'écoulement	$V_0 = 0,98 \text{ m/s}$
Nombre de Reynolds	$R_e = 1\,564\,837,65$
Coefficient de pertes de charge	$\lambda = 0,020864463$
Résistance de la conduite	$\alpha = 0,3129$

Jusque-là, nous n'avons fait aucune hypothèse sur la nature de la fermeture de la vanne. Dans le cas de cette application, nous considérons une loi de fermeture linéaire, donnée par la relation suivante :

$$A_{vj} = A_{v0} \cdot \left( 1 - \frac{T_j}{T} \right) \quad (25)$$

Après analyse du phénomène du coup de bélier, conformément à la méthode exposée en section 3 et en suivant notamment l'organigramme de la Figure 4, nous avons consigné dans le Tableau 3, à différents instants  $T_j$ , les résultats obtenus, à savoir, la section d'ouverture de la vanne, le débit sortant (ou entrant) du réservoir, le débit traversant la vanne, la charge au-dessus du diaphragme, la perte de charge et la charge au-dessus de la vanne.

**Tableau 3 – Résultats de l'analyse du coup de bélier**

j	$T_j$ [sec]	$A_{vj}$ [m <sup>2</sup> ]	$Q_{(j-1)R}$ [m <sup>3</sup> /sec]	$Q_{jv}$ [m <sup>3</sup> /sec]	$H_{jv^*}$ [m]	$\Delta H_{jv}$ [m]	$H_{jv}$ [m]	$B_{jv}$ [m]	$Q_{(j+1)R}$ [m <sup>3</sup> /sec]
0	0,00	2,05		2,00	50,00	1,25	48,75	0,00	2,00
1	2,00	1,64	2,00	1,76	61,74	0,97	60,76	11,74	1,53
2	4,00	1,23	2,00	1,47	76,14	0,68	75,46	26,14	0,95
3	6,00	0,82	1,53	0,99	76,76	0,31	<b>76,45</b>	26,76	0,45
4	8,00	0,41	0,95	0,48	73,10	0,07	73,03	23,10	0,02
5	10,00	0,00	0,45	0,00	72,41	0,00	72,41	22,41	- 0,45
6	12,00	0,00	0,02	0,00	50,92	0,00	50,92	0,92	- 0,02
7	14,00	0,00	- 0,45	0,00	27,59	0,00	<b>27,59</b>	- 22,41	0,45
8	16,00	0,00	- 0,02	0,00	49,08	0,00	49,08	- 0,92	0,02

Nous remarquons que la charge maximale de 76,45 m correspondant à une surpression de 26,76 m au niveau de la vanne est atteinte au temps  $T_3$  soit 6 s après le début de fermeture de vanne. Cet état est représenté sur le graphe de Bergeron (Fig. 5) par le point figuratif (3V) lorsque le taux de fermeture de la vanne est de 60%. La charge minimale de 27,59 m correspondant à une dépression de l'ordre de -22,41 m au niveau de la vanne est atteinte au temps  $T_7$ , soit 14 s après le début de fermeture de vanne. Cet état est représenté sur le diagramme de Bergeron (Fig. 5) par le point figuratif (7V) correspondant à 4 secondes après la fermeture totale de la vanne.

Nous constatons qu'à partir de la fermeture totale de la vanne, il se produit des entrées et des sorties périodiques d'eau dans le réservoir alternativement à chaque temps d'un aller-retour  $T_r$  de l'onde de choc. Par exemple, pour le petit losange de la Figure 5, nous déduisons qu'au point (5R) représentatif du réservoir au temps  $T_5$ , la conduite enregistre une entrée d'eau, alors qu'au point (7R), correspondant au temps  $T_7$ , elle enregistre une sortie d'eau, soit donc après un temps d'un aller-retour de l'onde de choc  $T_r$ . Ce phénomène sera répété indéfiniment avec une récurrence pour tous les point figuratifs  $(4+2k)R$  et  $(5+2k)R$  marquant l'entrée d'eau et la sortie d'eau dans le réservoir et où le paramètre  $k$  désigne un entier naturel.

Quant au coup de bélier, nous constatons qu'à partir de la fermeture totale de la vanne, il se produit des surpressions et des dépressions au niveau de la vanne alternativement à chaque temps d'un aller-retour  $T_r$  de l'onde de choc. Par exemple

pour le grand losange de la Figure 5, nous déduisons qu'au point (5V) représentatif de la vanne au temps  $T_5$ , la conduite enregistre une surpression ( $B_{5V}=22.41$  m), alors qu'au point (7V) correspondant au temps  $T_7$ , elle enregistre une dépression ( $B_{7V}=-22.41$  m), soit donc après un temps d'un aller-retour  $T_r$  de l'onde de choc. Ce phénomène sera répété indéfiniment avec une récurrence pour tous les point figuratifs  $(5+2k)V$  et  $(6+2k)V$  marquant alternativement la surpression et la dépression et où le paramètre  $k$  désigne un entier naturel.

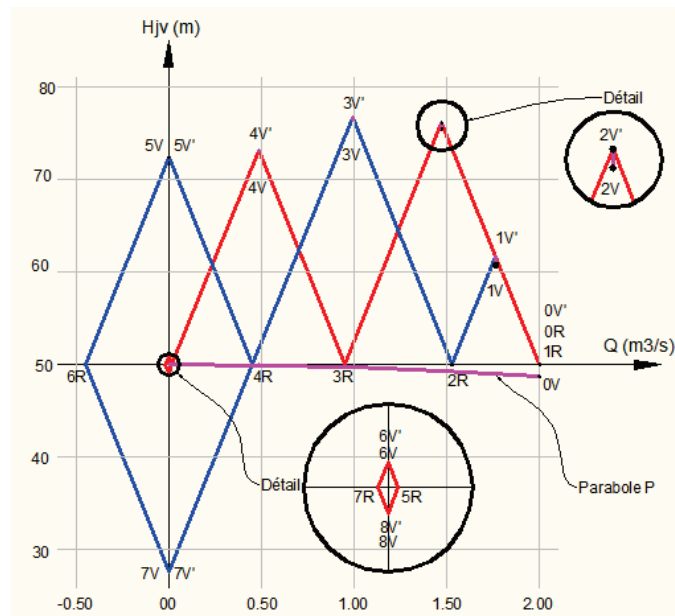


Fig. 5 - Construction graphique de Bergeron de l'exemple pratique

Nous présentons dans le tableau 4, les résultats des charges au-dessus de la vanne avec et sans prise en compte des pertes de charges. Nous constatons que ces charges et par voie de conséquence les coups de béliet sont moindres dans le cas où les pertes de charges sont prises en compte dans l'analyse du phénomène. Cette réduction peut varier de 0.37 % à 2.50 %.

Tableau 4 – Comparaison du coup de béliet avec et sans pertes de charges (PdC)

j	$T_j$ [sec]	$A_{Vj}$ [m²]	$H_{jv}$ [m] Sans PdC [6]	$H_{jv}$ [m] Avec PdC	Différence [%]
0	0,00	2,05	50,00	48,75	2,50
1	2,00	1,64	61,33	60,76	0,93
2	4,00	1,23	75,91	75,46	0,59
3	6,00	0,82	77,30	76,45	1,10
4	8,00	0,41	73,48	73,03	0,61
5	10,00	0,00	72,14	72,41	- 0,37
6	12,00	0,00	50,62	50,92	- 0,59
7	14,00	0,00	27,86	27,59	0,97
8	16,00	0,00	49,38	49,08	0,61

## 5 Conclusion

A travers cet exemple pratique où les pertes de charge ne sont plus négligées, nous sommes arrivés à mettre en évidence que ces dernières interviennent favorablement pour diminuer la valeur du coup de béliet en raison de la dissipation d'énergie engendrée par le frottement de l'eau le long de la conduite. La méthode analytique ainsi développée présente des équations pas trop compliquées qui donne lieu à des résolutions simples, sans compter qu'elle peut s'appliquer à n'importe quelle type de loi de fermeture (linéaire, parabolique, exponentielle ....) dépendant du type de vanne installée sur la conduite forcée. Nous avons pu voir aussi que le problème ainsi posé peut également être résolu graphiquement. Nous examinerons dans la prochaine contribution, les méthodes (analytique et graphique) exposées ici pour l'analyse du

phénomène du coup de bélier mais en tenant compte des pertes de charge concentrées en amont de la conduite, à la sortie du réservoir.

## 6 Principales notations utilisées

- $\alpha$  : Résistance de la conduite [-]
- $\varepsilon$  : Coefficient de rugosité de la conduite [m]
- $\lambda$  : Coefficient de pertes de charge [-]
- $\nu$  : Viscosité cinématique de l'eau [m<sup>2</sup>/s]
- $\Delta H_{jV}$  : Pertes de charges au niveau de la vanne à l'instant  $T_j$  [m]
- $A$  : Aire de la section droite de la conduite [m<sup>2</sup>]
- $A_{vj}$  : Aire de la section d'ouverture de la vanne à l'instant  $T_j$  [m<sup>2</sup>]
- $B_{jV}$  : Coup de bélier (surpression ou dépression) au niveau de la vanne à l'instant  $T_j$  [m]
- $C$  : Célérité de propagation de l'onde de choc [m/s]
- $D$  : Diamètre intérieur de la conduite [m]
- $e$  : Epaisseur de la conduite [m]
- $g$  : Accélération de la pesanteur [m/s<sup>2</sup>]
- $H_0$  : Charge statique au niveau de la vanne à l'instant initial  $T_0$  [m]
- $H_{jV}$  : Charge au niveau de la vanne à l'instant  $T_j$  [m]
- $K$  : Coefficient dépendant du matériau de la conduite (0.50 pour l'acier, 1.0 pour la fonte et 5.0 pour le Pb)
- $L$  : Longueur développée de la conduite [m]
- $m$  : Coefficient de débit [-]
- $N$  : Nombre de points (jV) et (jR) à traiter [-]
- $Q_0$  : Débit initial de l'eau dans la conduite forcée [m<sup>3</sup>/sec]
- $Q_{jV}$  : Débit au niveau de la vanne à l'instant  $T_j$  [m<sup>3</sup>/sec]
- $Q_{(j+1)R}$  : Débit au niveau du point R (réservoir) à l'instant  $T_{(j+1)}$  [m<sup>3</sup>/s]
- $Re$  : Nombre de Reynolds [-]
- $T$  : Temps de fermeture totale de la vanne [s]
- $T_r$  : Temps d'un aller-retour de l'onde de choc [s]
- $T_x$  : Pas de temps [s]
- $V_0$  : Vitesse moyenne de l'eau dans la conduite [m/s]

## REFERENCES

- [1]- P. Oguey, Répartition du coup de bélier le long d'une conduite hydraulique en pression. Bulletin technique de la Suisse romande 58 (1932) 58-61. doi:10.5169/seals-44821
- [2]- L. du Bois, Répartition du coup de bélier le long d'une conduite hydraulique en pression. 57 (1931) 329-331. doi:10.5169/seals-44184
- [3]- K. Hadj Arab, A. Becheur, Analyse du coup de bélier par la méthode de différences finies, mémoire d'Ingénieur en génie civil, Université de Tizi Ouzou, 1989.
- [4]- E. H. Achouyab, B. Bahrar, Numerical modeling of phenomena of waterhammer using a model of fluid-structure interaction. CR. Mécanique 339(4) (2011) 262–269. doi:10.1016/j.crme.2011.02.003
- [5]- L. Amara, A. Berreksi, B. Achour, Application de la méthode des volumes finis aux calculs de protection anti-bélier. Larhyss J. 28 (2016) 303-317.
- [6]- H. Hammoum, A. Yahiaoui, B. Achour, Analyse du coup de bélier dans une conduite forcée dans le cas d'une fermeture de vanne. Partie 1 : Sans pertes de charges, J. Mater. Eng. Struct. 3(1) (2016) 14–22.
- [7]- M. Carlier, Hydraulique générale appliquée. Eyrolles, EDF, 1998.
- [8]- A. Dupont, Hydraulique urbaine. Eyrolles, 1979.
- [9]- H. Hammoum, A. Yahiaoui, Contribution à l'étude du coup de bélier - Cas de fermeture de vanne. mémoire d'Ingénieur en génie civil, Université de Tizi Ouzou, 1990.